

VERIFICAÇÃO DA VALIDADE SOBRE A HIPÓTESE DE PEQUENOS DESLOCAMENTOS EM PROJETOS DE VIGAS DE MADEIRA

André Luis Christoforo (alchristoforo@yahoo.com.br); **Anderson Renato Vobornik Wolenski** (andersonunemat@gmail.com); **Juliano Fiorelli** (julianofiorelli@usp.br); **Francisco Antonio Rocco Lahr** (frocco@sc.usp.br)

RESUMO: Vigas de madeira são elementos estruturais comumente empregados na construção civil. O dimensionamento destes além de outros elementos estruturais requer a verificação do estado limite último e do estado limite de utilização. Em condições gerais, o projeto de vigas é desenvolvido partindo-se da premissa que a estrutura esteja restrita a pequenos deslocamentos e que o material seja solicitado dentro do regime elástico linear. A hipótese de pequenos deslocamentos implica em uma simplificação e mais especificamente, em uma linearização da equação diferencial da elástica, cuja natureza é não-linear. Esta hipótese permite determinar a função dos deslocamentos em vigas por intermédio de procedimentos analíticos do cálculo diferencial e integral. Em se tratando da verificação do estado limite de utilização, a norma Brasileira NBR 7190-1997 prediz que o maior valor do deslocamento entre os apoios de uma viga não deva ultrapassar a razão $L/200$, sendo L o comprimento do vão definido entre os apoios, expresso em centímetros. Este trabalho tem como objetivo, verificar a validade da hipótese de pequenos deslocamentos em vigas de madeira. Esta análise é efetuada segundo os fundamentos do Método das Diferenças Finitas e do Método de Newton Raphson.

Palavras-chave: Vigas de madeira, Método das Diferenças Finitas, Método de Newton Raphson.

VERIFICATION OF THE VALIDITY OF THE THEORY OF SMALL DISPLACEMENTS IN DESIGN WOODEN BEAMS

ABSTRACT: Wooden beams are structural elements commonly used in construction. The design of these and other structural elements requires the verification of ultimate limit state and limit state use. In general terms, the design of beams is developed starting from the premise that the structures are restricted to small displacements and the material is required within the linear elastic regime. The hypothesis of small displacements implies a simplification and, more specifically, in a linearization of the equation of the elastic nature of which is non-linear. This assumption allows to determine the function of shifts in beam through analytical procedures of differential and integral calculus. When it comes to checking the limit state use, the Brazilian standard NBR 7190-1997 predicts that the greatest value of the offset between the supports of a beam should not exceed the ratio $L/200$, where L is the length of the aperture defined between the back expressed in centimeters. This work aims to verify the validity of the hypothesis of small displacements in wooden beams. This analysis is performed according to the fundamentals of Finite-Difference Method and the Newton-Raphson Method.

Keywords: Wooden beams, Finite Differences Method, Newton-Raphson Method.

1 Introdução

Vigas são elementos estruturais presentes na maioria dos sistemas estruturais. O projeto de vigas requer a verificação do estado limite último e do estado de utilização.

Como premissa de projeto, a viga, assim como outros elementos estruturais, deve estar restrita a pequenos deslocamentos (hipótese de cálculo) e os materiais empregados na sua confecção devem comportar-se em regime elástico-linear.

Partindo-se de um modelo diferencial, os deslocamentos em pontos de interesse na viga podem ser obtidos mediante a resolução de uma equação diferencial ordinária. Esta equação é não-linear por natureza, porém, pela hipótese de pequenos deslocamentos, a mesma é transformada em uma equação linear, permitindo a sua resolução via métodos analíticos do cálculo integral e diferencial.

Em se tratando do projeto de vigas de madeira, a norma Brasileira NBR 7190-1997 define que o maior valor de deslocamento entre dois apoios não deva ultrapassar a razão $L/200$, sendo L o comprimento do vão entre os apoios, expresso em centímetros. Dessa forma, sendo obedecida esta relação, a equação diferencial originalmente não linear pode ser tratada como linear. Este trabalho tem como objetivo verificar a validade da hipótese de pequenos deslocamentos em projetos envolvendo vigas de madeira. Este estudo é desenvolvido segundo a aplicação do Método das Diferenças Finitas e do Método de Newton-Raphson na resolução de um problema de viga com solução analítica conhecida, permitindo-se desta forma verificar as diferenças entre os valores dos deslocamentos obtidos por ambas as equações diferenciais, linear e não-linear.

2 Equação Diferencial da Elástica

A figura 1 ilustra geometricamente a forma deslocada de uma viga de comprimento L carregada com uma força uniformemente distribuída q , enfatizando as funções deslocamento transversal $v(x)$ e rotação $\theta(x)$, sendo a rotação expressa pela derivada primeira da função deslocamento $\left(\theta(x) = \frac{dv(x)}{dx}\right)$.

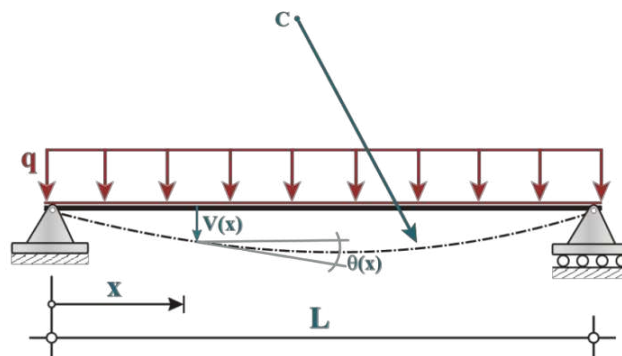


Figura 1: Forma deslocada da viga.

A equação diferencial do modelo de vigas de Bernoulli (considera apenas a influência do momento fletor como esforço solicitante) é desenvolvida segundo o conceito de curvatura de funções, assim como expressa a equação 1,

$$\frac{1}{r} = \frac{\frac{d^2v(x)}{dx^2}}{\left(\sqrt{1 + \left(\frac{dv(x)}{dx} \right)^2} \right)^3} \quad (1)$$