

ANÁLISE ESTRUTURAL PROBABILÍSTICA DE BARRAS TRIDIMENSIONAIS

Takashi Yojo

RESUMO: A análise de estruturas de barras tridimensionais pode ser realizada desde que sejam conhecidos os parâmetros do material, geometria da estrutura, condições de vínculo e o tipo de carregamento. Na realidade, no entanto, esses parâmetros não são valores determinísticos e sim variáveis aleatórias, o que torna necessário proceder uma análise do tipo probabilístico que pode ser classificada basicamente em duas categorias: método com abordagem estatística e não-estatística. Quanto à abordagem estatística, podem ser exemplificados o método de Monte Carlo, amostragem estratificada, e hiper-cubos latinos. Exemplos de abordagem não-estatística são a integração numérica, análise do momento de segunda ordem e método dos elementos finitos estocásticos. Neste trabalho é apresentada uma análise estrutural em elementos tridimensionais de barras, considerando-se a variabilidade do material, das solicitações e da resistência, baseando-se no método dos momentos de primeira e segunda ordem. As variáveis aleatórias introduzidas no material, solicitação e resistência são expandidas por série de Taylor até a segunda ordem para então calcular os momentos de primeira e segunda ordem, ou sejam, média e variância, respectivamente. Através de manipulações matemáticas são obtidos os resultados dos esforços para as barras que permitem analisar o risco de ruína das barras e da estrutura. Este modelo permite formular diversas combinações de critérios de segurança, deformações, esforços e resistências, de modo que o risco de ruína seja coerentemente avaliado mesmo para estruturas hiperestáticas. A partir desta análise estrutural, com as variáveis aleatórias incorporadas nas determinações dos esforços, deformações e resistências pode-se chegar a uma tomada de decisão mais objetiva e confiável.

Palavras-chave: análise probabilística, estrutura, risco de ruína

PROBABILISTIC STRUCTURAL ANALYSIS OF TRIDIMENSIONAL RODS

ABSTRACT: The structural analysis of tridimensional rods can be performed since the parameters of material, geometry of structure, boundary conditions and loading are known. But these parameters are random instead of deterministic values what make necessary to perform a probabilistic analysis which can be classified in two categories: statistical and non-statistical approaches. Examples of statistical approach are Monte Carlo method, stratified sampling, and hiper Latin cubes. Non-statistical approaches are numerical integration, second order moment analysis and stochastical finite element method. In this paper a structural analysis of tridimensional rod elements is presented, considering the variability of material, loading and the strength, based on the method of first and second moments. The random variables of material, loading and strength are expanded via Taylor series about the mean value of the variables up to second order terms, then the first and second moments, mean and variance, are calculated respectively. The applied stresses are obtained using mathematical equations so that the risk of failure of rods and the structure can be analysed. The probabilistic approach allows to formulate different combinations of strength criteria among deformations, stresses and strengths, even though to a hiper-static structures, in order to evaluate consistently the risk of failure. Using this kind of structural analysis more accurate and reliable decisions can be made.

Keywords: probabilistic analysis, structure, risk of failure

1 INTRODUÇÃO

Os métodos probabilísticos em mecânicas estruturais envolvendo incertezas invariantes no tempo podem ser genericamente classificados em duas principais categorias: a) com abordagem estatística e b) com abordagem não-estatística. As referências bibliográficas a respeito destas abordagens podem ser encontradas em Contreras (1980), Wong (1985), Liu (1986^{a,b}), Langley (1987), Kam (1990) e Aiyun Ma (1996).

Exemplos de técnicas de abordagem estatística mais frequentemente empregadas e difundidas são a simulação por Monte Carlo, amostragem estratificada e hipercubos Latinos. Estas técnicas, no entanto, têm suas limitações, em geral transformações das distribuições são necessárias antes que a simulação possa ser feita (Liu, 1986^a). Isto implica naturalmente, que a função de distribuição multivariável seja conhecida para simulação. O tópico de técnicas de transformação é, também, uma área de pesquisa corrente. Além disso, desde que a acurácia das técnicas de amostragem depende do tamanho da amostra, de acordo com a lei dos grandes números (Contreras, 1980), as simulações podem se tornar proibitivamente caras, portanto o interesse em métodos não-estatísticos.

Métodos com abordagem não-estatística incluem a integração numérica, análise de momento de segunda ordem e métodos dos elementos finitos estocásticos. Particularmente, a técnica do momento de segunda ordem tem provada ser preciso e eficiente em mecânica estrutural. A maior vantagem desta técnica é que a função de distribuição multivariável não precisa ser conhecida, mas somente os momentos de primeira e segunda ordem. Uma limitação inerente da análise do momento de segunda ordem é que as incertezas não podem ser muito grandes, isto é, as variâncias das variáveis aleatórias não podem ser grandes quando comparadas com seus valores médios. Tipicamente, o máximo coeficiente de variação é da ordem de 10%, embora haja demonstrações com resultados aceitáveis mesmo com valores tão altos quanto 20% (Liu, 1986^a).

Problemas lineares em estruturas com incertezas nos parâmetros têm sido resolvidos com a técnica do momento de segunda ordem. Entretanto, essa técnica aplicada para problemas dinâmicos não-lineares é rara. Em (Liu, 1986^b) podem ser encontradas aplicações para problemas dinâmicos não-lineares com as variáveis correlacionadas e não-correlacionadas, embora sejam limitadas a estruturas discretas e treliças não-lineares.

O método apresentado é aplicável a problemas dinâmicos não-lineares em campos aleatórios homogêneos e não-homogêneos. Na seção 2 é apresentada a formulação do método probabilístico de barras tridimensionais para estruturas estáticas ou quase-estáticas em regime fisicamente não-linear. No final desta é introduzido o critério de resistência (relação entre resistência versus solicitação) para então calcular a probabilidade de sobrevivência da estrutura baseado no modelo de elo mais fraco ou distribuição das mínimas, porém levando-se em consideração aspectos ligados à correlação entre as variáveis aleatórias. O cálculo da probabilidade de sobrevivência é obtido pela integral múltipla, oriunda do critério de resistência, da distribuição normal múltipla até o limite de resistência. Comentários sobre esse item podem ser encontrados em Contreras (1980). Na seção 3 é apresentado uma discussão sobre os mecanismos de ruptura em cadeia de elos cujo conceito poderia ser aplicado para estruturas isostáticas, mas não para as hiperestáticas. O autor propõe a introdução da não-linearidade física na formulação, que poderia acomodar a redistribuição dos esforços internos, para generalizar esse conceito às estruturas hiperestáticas.