



Anais do 10º Encontro Brasileiro em Madeiras e em Estruturas de Madeira - EBRAMEM 2006

30 de Julho a 02 de Agosto, São Pedro – SP

CEVEMAD/UNESP - IBRAMEM

RELAÇÕES TENSÃO E DEFORMAÇÃO EM ESTRUTURAS LAMINADAS DE MADEIRA COM EIXOS PRINCIPAIS DE ELASTICIDADE NÃO COINCIDENTES EIXOS GEOMÉTRICOS

Nilson Tadeu Mascia (nilson@fec.unicamp.br)

Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP – Faculdade de Engenharia Civil ,Arquitetura e Urbanismo

Francisco Antônio Rocco Lahr (frocco@sc.usp.br)

Universidade de São Paulo- Escola de Engenharia de São Carlos

Elias Antonio Nicolas (eliasnic@fec.unicamp.br)

Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP – Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo

Eduardo Furlani(furlani@facens.br)

Faculdade de Engenharia de Sorocaba

RESUMO: O entendimento das relações tensão e deformação de uma lâmina é fundamental para analisar o comportamento mecânico de estruturas laminadas. Teoricamente se considera que os eixos das propriedades de elasticidade, que na madeira são eixos ortotrópicos nas direções longitudinal, radial e tangencial, estão coincidentes com os eixos geométricos das lâminas. Tal coincidência não ocorre em estruturas laminadas, sendo necessário o conhecimento das relações tensão e deformação considerando este efeito da anisotropia. Então é necessário determinar os seguintes parâmetros: módulos de elasticidade, coeficientes de Poisson, módulos de elasticidade transversal e para ângulos diferentes de 0° e 90° as constantes denominadas de coeficientes de influência mútua. Aquelas de 1ª espécie que caracterizam extensões nas direções dos eixos principais causadas por tensões tangenciais agindo nos planos principais e outras, de 2ª espécie, que expressam deformações tangenciais nos planos principais, devidas às tensões normais. Para se estudar as relações tensão-deformação de laminados com o efeito da anisotropia, em especial, a determinação dos coeficientes de influência mútua, foram feitos ensaios de compressão em corpos de prova de madeira, da espécie *Goupia glabra* (Cupiúba), com diversas inclinações das fibras. Assim, foi possível obter informações para melhor caracterizar elasticamente as estruturas laminadas de madeira.

Palavras-chave: madeira, anisotropia, estruturas laminada, ensaio de compressão.

STRESS AND STRAIN RELATIONS IN WOOD LAMINATED STRUCTURES WITH NON- COINCIDENT ELASTIC PRINCIPAL AND GEOMETRIC AXES

ABSTRACT: The knowledge of the stress and strain relations is fundamental to analyze the mechanical behavior of the laminated structures. Theoretically speaking, we consider that the elastic property axes, which are in wood orthotropic axes in longitudinal, radial and tangential directions, are coincident with the geometric axes of the laminae. This coincidence does not occur in laminated structures, being necessary the understanding of the stress and strain relations considering this anisotropic effect. Therefore, it is necessary to determine the following parameters: elastic moduli, Poisson's ratios, shear moduli and for angles that are different of 0° and 90° degrees the constants denominated by the coefficients of mutual influence. Those ones of first kind, which characterize stretching in principal plane directions caused by shear in these planes and others, of the second kind, which express shear strains in the principal planes, due to the normal stresses. To study the stress and strain relations of laminates with anisotropic effect, in special, the determination of the coefficients of mutual influence, it was carried out compression tests in wood specimens, of *Goupia glabra* (Cupiúba) species, in different fiber orientation. So, it is possible to obtain information to better characterize elastically the wood laminated structures.

Keywords: wood, anisotropy, laminated structures, compression tests.

1. RELAÇÕES TENSÃO E DEFORMAÇÃO EM UM ESTADO PLANO DE TENSÕES DE UM MATERIAL ORTOTRÓPICO

De um modo geral, os compósitos laminados são formados por lâminas que possuem propriedades elásticas direcionais, usualmente ortotrópicas, tornando-se necessário detalhar as relações tensão e deformação destes materiais.

Em um material ortotrópico, conforme CHEN e SALEEB (1982), as relações tensão e deformação podem ser colocadas na forma matricial como:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

Onde: ε_i são as deformações longitudinais, γ_{ij} as deformações angulares, σ_i as tensões normais, τ_{ij} as tensões cisalhantes e os termos S_{ij} componentes do tensor compliance.

O tensor compliance pode ser escrito como, com o uso das constantes elásticas (notação de engenharia):

$$S_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{23}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{31}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{31}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix}$$

Onde: E_1, E_2, E_3 são os módulos de elasticidade longitudinal nas direções 1, 2 e 3 respectivamente, ν_{ij} são os coeficientes de Poisson para as deformações transversais na

direção de j devido as tensões na direção de i , ou seja, $\nu_{ij} = \frac{\varepsilon_j}{\varepsilon_i}$ para $\sigma_i = \sigma$ com todas as

outras tensões nulas, G_{23}, G_{31}, G_{12} os módulos de elasticidade transversal nos planos 2-3, 3-1 e 1-2 respectivamente.

Considerando-se um estado plano de tensões no plano 1-2 conforme é mostrado na Figura 1, sendo o plano de tensões definido por: $\sigma_3 = 0$, $\tau_{23} = 0$ e $\tau_{31} = 0$